Title	13.CAMの数学的構造について(基研研究会「相転移研究の新手法とその応用」,研究会報告)
Author(s)	鈴木, 増雄
Citation	物性研究 (1989), 51(5): 440-441
Issue Date	1989-02-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/93551
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

13. CAMの数学的構造について

東大・理 鈴 木 増 雄

CAM理論では,[1)~3)] 一定の古典的な異常性を示す近似列から真の異常性を推定する。すなわち,近似的な関数列を $\{f_n(x)\}$ とするとき,

$$\lim_{n\to\infty} f_n(x) = f(x) \tag{1}$$

となるような関数 $f(x)$ の異常性を問題とする。今,$f_n(x)$ が x_n の近傍で

$$f_n(x) \sim \frac{\overline{f}_n}{(x-x_n)^{\varphi}} \tag{2}$$

のような一定の異常性を示すものとする。このとき,係数 $\overline{f}_n$ が $n\to\infty$ と共に異常に大きくなるとする。すなわち,例えば,

$$\overline{f}_n \sim \frac{1}{(x_n - x^*)^{\psi}} \tag{3}$$

と振舞うとする。このとき,CAM理論の主張することは次の通りである。

〔CAM予想〕 ある適当な関数族 $\{f_n(x)\} \in \mathscr{D}$ に対して,その極限関数 $f(x)$ は,(1)~(3)の条件の下で

$$f(x) \sim \frac{1}{(x-x^*)^{\varphi+\psi}} \tag{4}$$

となる。

数学としては,関数族 $\{f_n(n)\}$ の充たすべき(必要・十分)条件を探すことが問題となる。充分強い条件(解析性とか有理型の関数,級数,…)と限定すれば,上の予想は示し易いが,全く一般的に議論するのは容易でないようである。

例えば,級数展開の多項式近似列の零点 x_n の収束性 $x_n \to x^*$ に関しては Jentzschの定理[4),5)] がある。しかし,関数形の漸近形を与える定理は文献にあまり見当たらない。

これらの議論をきっかけにして「CAM解析」とでも言うべき分野が出来ないものであろうかと夢みている。詳しくは別に発表する予定である。

参考文献

1) M. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. **55** (1986) 4205.

2) M. Suzuki, **56** (1987) 4221.

3) M. Suzuki, **57** (1988) 1.

4) R. Jentzsch, Acta Mathematica **41** (1918) 253.

5) M. Suzuki, Phys. Lett. **24A** (1967) 470.

14. 直交多項式におけるCAM理論

名大・理・数学　青　本　和　彦

1. Cauchy, Stietjes, Jacobi鎖

([1],[2]) CAM理論との関連を述べる前に，直交多項式の数学的背景を復習する。

変数 X の収束又は漸近級数

(1.1) $$\varphi = c_0 + c_1 X + c_2 X^2 + \cdots \qquad \in \boldsymbol{C}[[X]]$$

に対して

(1.2) $$\varphi_1 = \frac{X}{\varphi - c_0} = \frac{1}{c_1 + c_2 X + \cdots}$$

$$= c_0' + c_1' X + \cdots$$

は，$c_1 \neq 0$ ならば，又 φ と同様の級数である。この操作（アルゴリズム）を T とおく。

(1.3) $$\varphi_1 = T\varphi$$

以下繰り返しが可能なものとする：

(1.4) $$\varphi_n = T^n \varphi, \quad n = 1, 2, 3, \cdots$$

且つ